

Correction du TP n°17 : Applications de la 2^{ème} loi de Newton

I°) Montage (étude théorique) :

1°) Inventaire des forces : Référentiel Galiléen : la table (fixe par rapport à la Terre).

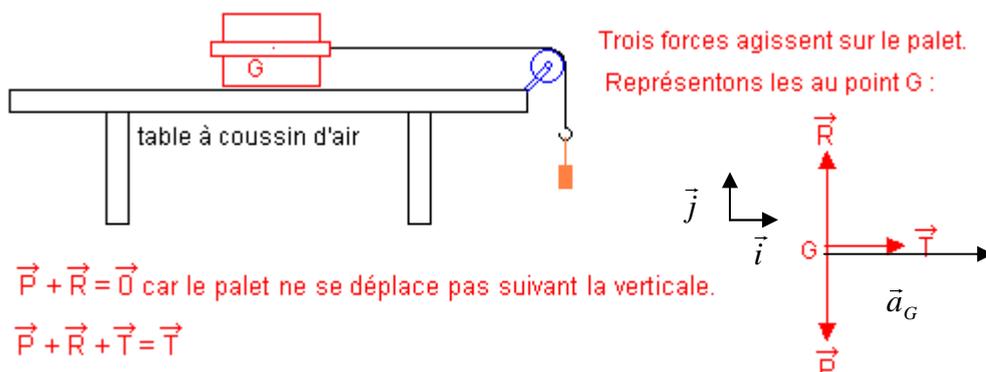
Système étudié : le mobile autoporteur de masse M

Le mobile de masse M est soumis à 3 forces extérieures :

\vec{P} (poids) : action gravitationnelle de la Terre sur le mobile.

$\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{R}_T$: réaction de l'air soufflé sur le mobile. Ici, grâce au coussin d'air, on néglige les frottements donc $\vec{R} = \vec{R}_N$.

\vec{T} : action du fil sur le mobile.

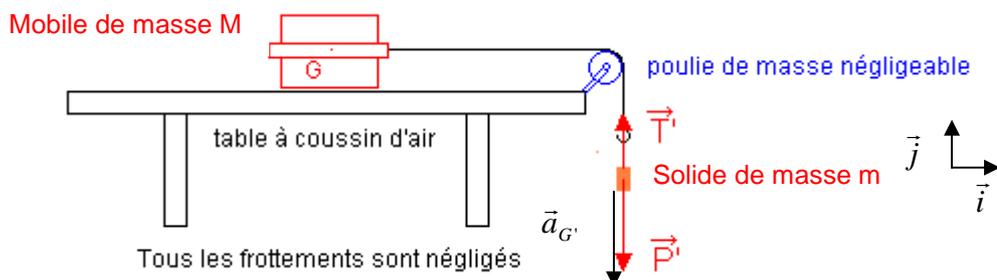


Système étudié : la masselotte de masse m

Cette masselotte de masse m est soumise à 2 forces extérieures :

\vec{P}' (poids) : action gravitationnelle de la Terre sur la masselotte

\vec{T}' : action du fil sur la masselotte



2°) +3°) Deuxième loi de Newton :

Appliquons la deuxième loi de Newton :

Dans un référentiel Galiléen, la somme des forces extérieures appliquées au mobile autoporteur est égale au produit de la masse M du solide par l'accélération \vec{a}_G de son centre d'inertie.

Ici, nous écrivons donc :

$$\vec{T} + \vec{P} + \vec{R} = M \cdot \vec{a}_G$$

Projetons cette égalité dans le repère (o, \vec{i}, \vec{j})

$$P_x + R_x + T_x = M \cdot a_{Gx}$$

$$P_y + R_y + T_y = M \cdot a_{Gy}$$

Soit, en remarquant que $a_{Gy} = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (le vecteur \vec{a}_G est dirigé seulement suivant l'horizontale)

$$T_x = T, T_y = 0 \text{ N}, P_x = 0 \text{ N}, R_x = 0 \text{ N}, P_y = -P, R_y = R$$

$$0 + 0 + T = M \cdot a_G$$

$$-P + R + 0 = 0$$

(T, P et R désignent les normes positives des vecteurs forces)

On en déduit :

$$\mathbf{T = M \cdot a_G \quad (1)}$$

Appliquons la deuxième loi de Newton pour la masselotte m :

$$\vec{T}' + \vec{P}' = m \cdot \vec{a}_{G'}$$

Cette égalité ne peut s'écrire que suivant (O, \vec{j}) : tous les vecteurs sont verticaux.

$$P'_x + T'_x = m a_{G'_x}$$

$$P'_y + T'_y = m a_{G'_y}$$

Soit, en remarquant que $a_{G'_x} = 0 \text{ m.s}^{-2}$ (le vecteur $\vec{a}_{G'}$ est dirigé seulement suivant la verticale) donc $a_{G'_y} = -a_G$

$$T'_x = 0, T'_y = T', P'_x = 0, P'_y = -P'$$

$$0 + 0 + 0 = m \cdot 0$$

$$-P' + T' = -m a_G$$

On en déduit : **$T' = mg - m a_G$ (2)**

(T', a_G désignent les normes positives des vecteurs \vec{T}' et $\vec{a}_{G'}$)

Si la poulie est de masse négligeable et si les frottements sont négligeables, alors le fil est tendu de la même façon avant et après la poulie donc **$T' = T$** , dans ce cas l'accélération du mobile autoporteur et de la masselotte sont les mêmes (en norme)

$$a_G = a_{G'}$$

L'égalité (2) peut encore s'écrire $M a_G = mg - m a_G$ d'où

$$a_G = \frac{mg}{M + m}$$

4°) Valeur théorique de a_G pour les 3 clichés :

| | Cas n°1 : M = 994,6g et m=15,17 g | Cas n°2: M = 994,6g et m = 50 g | Cas n°3: M = 994,6 + 500,9 g et m = 50 g |
|-------------------------|--|---|---|
| a_G | $a_{G1} = \frac{15,7}{994,6 + 15,7} \times 9,81 \approx \mathbf{0,147 \text{ m.s}^{-2}}$ | $a_{G2} = \frac{50}{994,6 + 50} \times 9,81 \approx \mathbf{0,47 \text{ m.s}^{-2}}$ | $a_{G3} = \frac{50}{994,6 + 500,9 + 50} \times 9,81 \approx \mathbf{0,32 \text{ m.s}^{-2}}$ |

II°) Vérification pratique :

M = 994,6 g et m = 15,7 g

| t (s) | x (m) | v(m.s ⁻¹) |
|-------|-------|-----------------------|
| 0 | 0 | |
| 0,1 | 0,023 | 0,24 |
| 0,2 | 0,048 | 0,255 |
| 0,3 | 0,074 | 0,27 |
| 0,4 | 0,102 | 0,285 |
| 0,5 | 0,131 | 0,305 |
| 0,6 | 0,163 | 0,32 |
| 0,7 | 0,195 | 0,33 |
| 0,8 | 0,229 | 0,35 |
| 0,9 | 0,265 | |

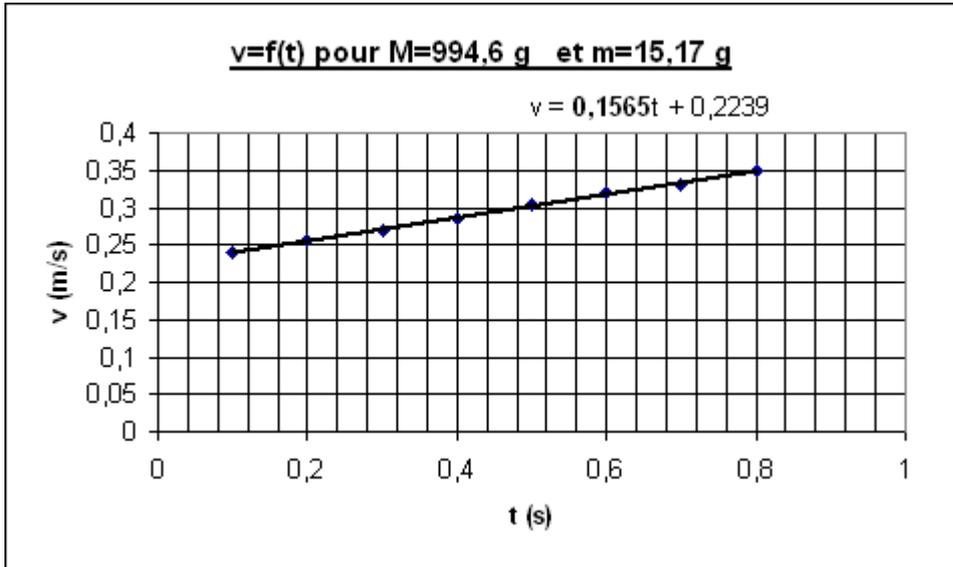
$$V(t_i) = \frac{A_{i-1}A_{i+1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

$V(t_i)$: vitesse instantanée à la date t_i
 $A_{i-1}A_{i+1}$: longueur de la trajectoire.
 t_{i-1} et t_{i+1} : instants aussi proches que possible de t_i .

L'accélération correspond au coefficient directeur de chaque équation de $v = f(t)$ car

$$a = \frac{dv}{dt}$$

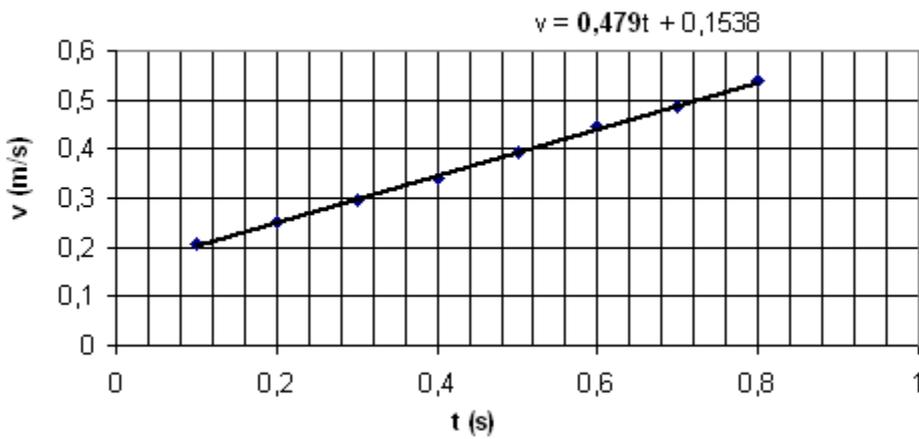
$$a = 0,1565 \text{ m.s}^{-2}$$



M = 994,6 g et m = 50 g

| t (s) | x (m) | v(m.s ⁻¹) |
|-------|-------|------------------------|
| 0 | 0 | |
| 0,1 | 0,018 | 0,205 |
| 0,2 | 0,041 | 0,25 |
| 0,3 | 0,068 | 0,295 |
| 0,4 | 0,1 | 0,34 |
| 0,5 | 0,136 | 0,395 |
| 0,6 | 0,179 | 0,445 |
| 0,7 | 0,225 | 0,485 |
| 0,8 | 0,276 | 0,54 |
| 0,9 | 0,333 | |

v=f(t) pour M=994,6 g et m=50,0 g

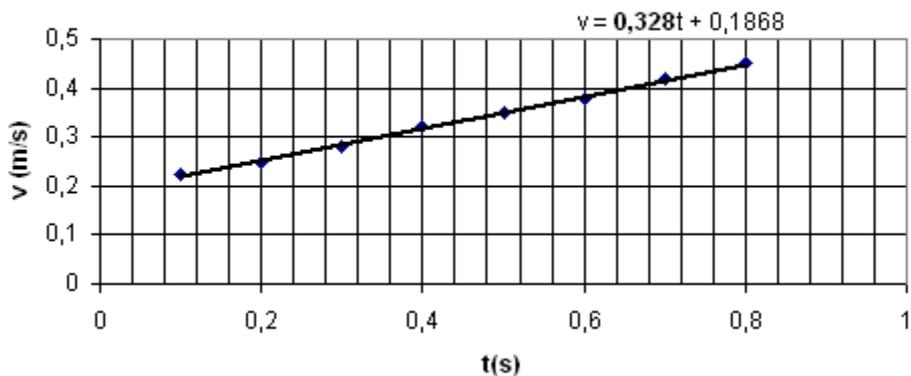


$a = 0,479 \text{ m.s}^{-2}$

M = 994,6+ 500,9 g et m = 50 g

| t (s) | x (m) | v(m/s) |
|-------|-------|---------|
| 0 | 0 | |
| 0,1 | 0,021 | 0,225 |
| 0,2 | 0,045 | 0,25 |
| 0,3 | 0,071 | 0,28 |
| 0,4 | 0,101 | 0,32 |
| 0,5 | 0,135 | 0,35 |
| 0,6 | 0,171 | 0,38 |
| 0,7 | 0,211 | 0,42 |
| 0,8 | 0,255 | 0,45 |
| 0,9 | 0,301 | |

v=f(t) pour M=994,6 g+ 500,9 g et m=50,0 g



$a = 0,328 \text{ m.s}^{-2}$

III°) **Interprétations :**

1°)

| | a_G théorique | a_G expérimental | % d'erreur |
|---|-----------------------------------|--------------------------------------|-------------------|
| Cas n°1 : M=994,6 g m=15,17 g | 0,147 m.s ⁻² | 0,16 m.s ⁻² | 6,8 % |
| Cas n°2: M=994,6g m=50,0 g | 0,47 m.s ⁻² | 0,48 m.s ⁻² | 1,9 % |
| Cas n°3: M=994,6 +500,9 g et m=50,0 g | 0,32 m.s ⁻² | 0,33 m.s ⁻² | 3,5 % |

2°) +3°) Quand la masse M du mobile autoporteur augmente l'accélération **a_G diminue** (comparaison des cas 2 et 3).

Quand la masse m de la masselotte augmente l'accélération **a_G augmente** (comparaison des cas 1 et 2).