- Mouvements dans un champ uniforme (chapitre 4 de physique) -

Introduction : La trajectoire des projectiles incandescents émis par un volcan sont planes et d'allure parabolique. Quelles sont les équations du mouvement de chute, ces dernières nous permettant de trouver le point d'impact du projectile ou son altitude maximale.

I°) Les deux premières lois de Newton :

1°) Référentiel Galiléen et première loi de Newton (Principe de l'inertie vu en seconde et spé physique) :

https://www.vascak.cz/data/android/physicsatschool/template.php?f=mech_newton1&l=fr

Un **référentiel Galiléen** est un référentiel au repos ou en mouvement rectiligne uniforme, pour des expériences de courtes durées le référentiel terrestre est supposé **Galiléen** , de même pour un référentiel géocentrique et héliocentrique .

Le référentiel Galiléen absolument parfait **n'existe pas.**

1ère loi de Newton : Dans certains référentiels, appelés référentiels Galiléens , si la somme des forces extérieures appliquées à un solide est **nulle** alors le centre d'inertie de ce solide est soit au **repos** , soit en mouvement **rectiligne uniforme** , et réciproquement.

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{V}_G$ reste constant en direction, sens et norme

Remarques :

- Contrairement à ce que croyaient les anciens, un solide peut donc se déplacer bien que la somme des forces appliquées à ce solide soit nulle. Le véritable opposition n'est pas entre mouvement et repos mais entre mouvement rectiligne uniforme (le repos n'est qu'un cas particulier) et les autres types de mouvement. C'est un des mérites de Newton (1642-1727) d'avoir bien compris cela.
- Si la somme des forces extérieures appliquées à un solide est nulle on dit que ce solide est pseudo isolé

2°) Deuxième loi de Newton ou principe fondamental de la dynamique :

https://phet.colorado.edu/sims/html/forces-and-motion-basics/latest/forces-and-motion-basics_fr.html

En 1° spécialité physique on a vu qu'une force (ou une somme de forces) pouvait modifier le mouvement d'un système. On a vu que si $\vec{V}_G$ varie alors la somme des forces extérieures appliquées au système était différent de $\vec{0}$. La direction et le sens de la somme des forces extérieures étaient ceux de la variation de $\Delta\vec{V}_G$ au cours de la durée Δt : $\sum \vec{F}_{ext}$ =k$\times \Delta\vec{V}_G$

L'énoncé complet de cette 2ième loi de Newton (ou principe fondamental de la dynamique) est :

Dans un référentiel Galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un système de masse m est égale au produit de la masse totale m du système par l'accélération $\vec{a}_G$ de son centre d'inertie :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\times \vec{a}_G = m\times \frac{d\vec{V}}{dt}$$ (avec $\sum \vec{F}_{ext}$ en N, m en kg et a_G en m/s^2

Remarque : -Si $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ alors $\vec{a}_G =$ et, par conséquent, $\vec{V}_G$ reste **constant** en direction, sens et norme (on retrouve la *première loi* de Newton).

- il est possible de déterminer le vecteur accélération $\vec{a}_G$ du centre de masse connaissant les forces appliquées et réciproquement.
- Pour un même somme des forces extérieures, plus la masse du système est grande plus son accélération est **faible** (cas de deux caddies® à l'horizontale un remplie et l'autre vide on applique la même force aux deux , le plus léger a une accélération plus importante) .

• **Calcul de la valeur de la somme des forces pour un système en MRU**

Une voiture de course de masse $m = 600$ kg passe de 0 à 100 km · h^{-1} (soit 27,8 m · s^{-1}) en $\Delta t = 2,5$ s en ligne droite.

1 Le **mouvement est rectiligne** et la vitesse augmente donc le vecteur accélération $\vec{a}_G$ est **colinéaire** et **de même sens** que le vecteur vitesse.

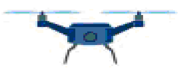
2 L'accélération moyenne est $\|\vec{a}_G\| = \left\|\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right\| =$ **(27,8-0)/(25-0)=11 m/s²**

3 Donc $\|\sum \overrightarrow{Forces}\| = 600 \times 11,1 = 6,7 \times 10^3$ N ce qui représente la différence entre la force de propulsion $\vec{F}_m$ et les frottements dus à l'air $\vec{f}$ ($\vec{P} + \vec{R}_N = \vec{0}$ sur l'axe vertical).

4 $\sum \overrightarrow{\textbf{Forces}}$ est dans le sens du mouvement et horizontal (**schéma 4**).

• **Calcul de l'accélération $\vec{a}_G$**

Un drone $m = 110$ g décolle verticalement, sa force de propulsion est $F = 1,3$ N ($g = 9,8$ N · kg^{-1}).



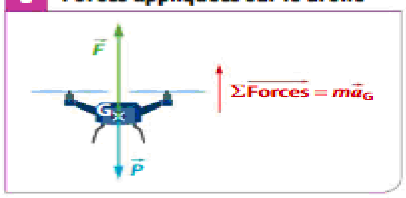
1 $\|\vec{a}_G\| = \frac{\|\sum \overrightarrow{Forces}\|}{m_{système}}$ avec $\sum \overrightarrow{Forces} = \vec{P} + \vec{F}$ vertical vers le haut.

2 En norme $\|\sum \overrightarrow{Forces}\| =$ **F-P=1,3-0,110*9,8=0,22N**

3 Donc $\|\vec{a}_G\| = \frac{F-P}{m} = 2,0$ m · s^{-2} avec $\vec{a}_G$ vertical vers le haut (**schéma 5**).

4 Forces appliquées sur la voiture

5 Forces appliquées sur le drone



II°) Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme :

1°) Notion de champ uniforme :

Un champ de pesanteur est uniforme si en chaque point de l'espace le **vecteur champ de pesanteur** $\vec{g}$ **est constant** en direction sens et norme (C'est le cas dans un cube d'environ 1 km d'arrête au voisinage de la Terre) .

https://www.walter-fendt.de/html5/phfr/projectile_fr.htm

On utilise l'application ci-dessus : on lance un projectile de masse m =1,00 kg dans l'air avec une vitesse initiale v_o = 5,00 m/s faisant un angle α =45,0 °avec l'horizontale et à une hauteur de h=5,00 m avec une valeur de g=9,810 m/s^2 .

Le mouvement du point G. centre d'inertie du solide s'effectue dans **le plan vertical**. Sa trajectoire est **parabolique**. Le but est de retrouver par le calcul : - les équations horaires x(t) et y(t).
- l'équation de la trajectoire y = f(x).
- le point d'impact (quand y(x)=0 m encore appelé portée du tir
- la flèche du tir : altitude maximale atteinte lors du tir
- faire une étude énergétique

Si on décompose le mouvement du projectile suivant l'axe vertical et horizontal on observe
-sur la verticale **un mouvement uniformément accéléré** tel que $\mathbf{a_y = -g}$.
- sur l'axe horizontal le mouvement est **rectiligne uniforme**. Son accélération $\mathbf{a_x = 0}$.

2°) Méthode de résolution de l'étude du mouvement d'un projectile dans un champ uniforme :

Pour répondre aux 5 points ci-dessus il faut faire **une étude mécanique** puis déterminer les **équations horaires**, les autres points ci-dessus viendront ensuite. L'étude mécanique se fait en 5 étapes :

a) Etude mécanique :

1) Définir **le système**
2) Définir **le référentiel**
3) Définir **le repère**
4) Rechercher la somme des forces extérieures agissant sur le projectile de masse m en chute parabolique : $\sum \vec{F}_{ext}$
5) Appliquer la seconde loi de Newton ou principe fondamental de la dynamique

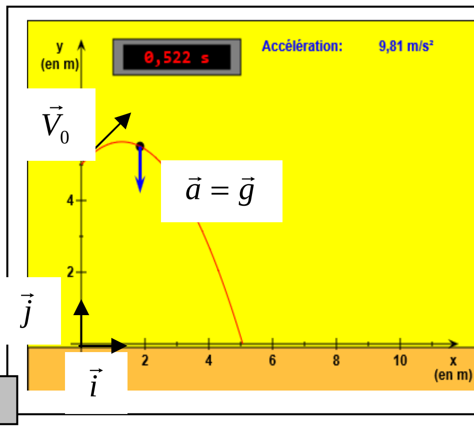
Dans l'exemple ci-dessus : 1) **le solide de masse 'm'** 2) **la Terre supposée référentiel galiléen.** 3) Un repère cartésien orthonormé positionné à la verticale du projectile au départ dans ce cas x(t=0s)=0 m et **y(t=0s)= 5,00 m**

4) $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f}$ $\vec{P}$: vecteur poids de l'objet $\vec{\Pi}$: poussée d'Archimède $\vec{f}$: force de frottement fluide (cas du frottement fluide) La poussée d'Archimède peut-être négligé car le poids du volume d'air déplacé est négligeable devant le poids de l'objet. De plus pour de faible distance parcourue et des vitesses de déplacement faibles, on pourra négliger les forces de frottement de l'air sur le projectile. Par conséquent la somme des forces extérieures agissant sur le solide de masse 'm' en mouvement dans l'air se réduit essentiellement à son poids : 5) $\sum \vec{F}_{ext} \approx \vec{P} = m \times \vec{g} = m \times \vec{a}_G$ **donc** $\vec{a}_G = \vec{g}$

Le vecteur accélération est constant**, le mouvement est uniformément accéléré.**

b) Détermination des équations horaires du mouvement :

A l'aide de l'étude mécanique et des conditions initiales, on peut déterminer les équations horaires du mouvement: $a_x(t)$, $a_y(t)$, $v_x(t)$, $v_y(t)$, x(t) et y(t) **:**



- Définir les conditions initiales, à t = 0 des vecteurs positions et vitesses :

Dans notre exemple avec le repère fixé :

$$\overrightarrow{OM_0}\left|\begin{matrix} x_0 \\ y_0 \end{matrix}\right. ; \quad \vec{v_0}\left|\begin{matrix} v_{x_0} = v_0.\cos\alpha \\ v_{y_0} = v_0.\sin\alpha \end{matrix}\right.$$

$$\overrightarrow{OM_O}\left|\begin{matrix} 0 \\ 5 \end{matrix}\right. \quad \overrightarrow{V_0}\left|\begin{matrix} 5{,}00.\cos 45° = 3.54 \\ 5{,}00.\sin 45° = 3.54 \end{matrix}\right. \text{m/s}$$

α est l'angle que fait le vecteur vitesse initiale avec l'axe horizontal.

- Détermination les équations horaires des coordonnées du vecteur accélération :

Dans notre exemple avec le repère fixé

$$\vec{a}\left|\begin{matrix} a_x \\ a_y \end{matrix}\right. = \vec{g}\left|\begin{matrix} g_x \\ g_y \end{matrix}\right. \Rightarrow \left|\begin{matrix} a_x = 0 \\ a_y = g_y = -g = -9{,}8\,m.s^{-2} \end{matrix}\right.$$

On retrouve l'accélération nulle sur l'axe des x et une accélération constante sur l'axe des y.

- Détermination des équations horaires des coordonnées du vecteur vitesse :

Dans notre exemple avec le repère fixé

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = -g = \dfrac{dv_y}{dt} \end{cases}$$

a_x est la dérivée de v_x par rapport au temps, v_x est la primitive de a_x par rapport au temps. Idem pour a_y et v_y.

$$\begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow v_x = C_1 = \text{constante} \\ -g = \dfrac{dv_y}{dt} \Rightarrow v_y = -g.t + C_2(\text{constante}) \end{cases}$$

les constantes C_1 et C_2 sont déterminées avec les conditions initiales:

$$\begin{cases} v_x = C_1 = v_x(0) = v_0.\cos\alpha \\ v_y(0) = -g.0 + C_2(\text{constante}) = v_0.\sin\alpha \end{cases}$$

$$C_2 = v_0.\sin\alpha$$

$$\vec{V_0} \begin{cases} 5{,}00.\cos 45° = C_1 = 3.54 \\ 5{,}00.\sin 45° = C_2 = 3.54 \end{cases} \text{m/s}$$

Les coordonnées du vecteur vitesse sont: $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0.\cos\alpha \\ v_y = -g.t + v_0.\sin\alpha \end{cases}$

$$\vec{V} \begin{cases} Vx = 3{,}54 \\ Vy = -9{,}81 \times t + 3{,}54 \end{cases}$$

- Détermination des équations horaires des coordonnées du vecteur position :

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} = v_0.\cos\alpha \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = -g.t + v_0.\sin\alpha \end{cases}$$

v_x est la dérivée de x par rapport au temps, x est la primitive de v_x par rapport au temps. Idem pour v_y et y.

$$\begin{cases} x = v_0.\cos\alpha.t + C_3 \\ y = \dfrac{-g.t^2}{2} + v_0.\sin\alpha.t + C_4 \end{cases}$$

les constantes C_3 et C_4 sont déterminées avec les conditions initiales:

$$\begin{cases} x(0) = v_0.\cos\alpha.0 + C_3 = x_0 \Rightarrow C_3 = x_0 \\ y(0) = -\dfrac{g.0^2}{2} + v_0.\sin\alpha.0 + C_4 = y_0 \Rightarrow C_4 = 0 \end{cases}$$

$$\vec{OM_O} \begin{cases} C_3 = 0 \\ C_4 = 5{,}00 \end{cases}$$

Les coordonnées du vecteur position sont:

$$\vec{OM} \begin{cases} x = v_0.\cos\alpha.t + x_0 \\ y = -\dfrac{g.t^2}{2} + v_0.\sin\alpha.t + y_0 \end{cases}$$

$$\vec{OM} \begin{cases} x = 3{,}54 \times t + 0 \\ y = -9{,}8 \times t^2 \times \dfrac{1}{2} + 3{,}54 \times t + 5{,}00 \end{cases}$$

c) <u>Equation de la trajectoire</u> :

L'équation de la trajectoire est la relation qui lie l'ordonnée à l'abscisse du point M: **y = f(x).** Pour la déterminer on utilise les équations horaires de la trajectoire, x(t) et y(t). On exprime **l'instant t en fonction de x** dans la première équation et on **réinjecte** sa valeur dans la seconde.

$$\vec{OM} \begin{cases} x = v_0.\cos\alpha.t + x_0 \\ y = -\dfrac{g.t^2}{2} + v_0.\sin\alpha.t + y_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \left(\dfrac{x - x_0}{v_0.\cos\alpha}\right) \\ y = -\dfrac{g.\left(\dfrac{x - x_0}{v_0.\cos\alpha}\right)^2}{2} + v_0.\sin\alpha.\left(\dfrac{x - x_0}{v_0.\cos\alpha}\right) + y_0 \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire est: $y = -\dfrac{g.\left(\dfrac{x - x_0}{v_0.\cos\alpha}\right)^2}{2} + \tan\alpha.(x - x_0) + y_0$

t=x/3,54 on réinjecte dans l'expression de y

$y=-9{,}8/2 \times x^2/(3.54)^2+3{,}54 \times x/3.54+5$ soit

$v=-0.39 \times x^2+x+5$

L'équation de la trajectoire est un polynôme de degré $a.x^2 + b.x + c$ la trajectoire est une parabole ce qui confirme les observations de la simulation

La portée du mouvement est le point d'impact du projectile sur l'axe horizontal donc quand **y=0 m** , il suffit de résoudre l'équation de la trajectoire avec y=0 m pour trouver les coordonnées du point d'impact.

Avec l'équation de l'exemple on a l'équation du second dégré **$-0.39 \times x^2+x+5 =0$ m** à résoudre on trouve les 2 solutions

x_1=5,1 m et x_2=-2.5 m seule la solution **5,1 m** est viable (conforme à la valeur obtenue avec la simulation)

La flèche du tir est l'altitude maximale atteinte par le projectile, à cet instant la composante verticale de la vitesse $v_y=0$ m, il suffit de trouver le temps correspondant pour avoir $v_y=0$ m puis réinjecté dans les équations horaires x(t) et y(t) pour avoir les coordonnées correspondantes .

Dans le cas de notre exemple il s'agit du temps pour lequel **$-9{,}81\times t+3{,}54=0$** soit **t =0.36 s** on réinjecte dans les équations horaires et l'on a **$x=3{,}54\times 0{,}36=1{,}3$ m (1,27 m)** et **$y=-9.8\times 0{,}36^2/2+3{,}54\times 0{,}36+5=5{,}7$** m on retrouve ces valeurs avec la simulation.

3°) Etude énergétique :

Dans le cas du mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme $\vec{g}$ et en l'absence de toute force de frottement il y a **conservation de l'énergie mécanique $E_m=E_c+E_{PP}=1/2\times m\times v^2+m\times g\times h=$constante**

Dans la cas de notre exemple avec les informations sur les conditions initiales on peut trouver la vitesse au point d'impact

$E_{c0}+E_{PP0}=1/2\times m\times v_0^{\ 2}+m\times g\times h_0=1/2\times m\times v_{impact}^{\ 2}+0$ soit $v_{impact}=(V_0^{\ 2}+2\times g\times h)^{1/2}=(5^2+2\times 9{,}81\times 5{,}0)^{1/2}=11{,}1$ m/s

conforme à la valeur obtenue avec la simulation) **.**

III°) Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme :

1°) Observation du mouvement :

Soit une particule de masse M, supposée ponctuelle, de charge électrique q et de masse m, est placée dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$. http://physiquechimie.eu/wp-content/uploads/html5/mvtParticuleChampE.htm
nous réglons les paramètres figurant sur la figure de façon à avoir un champ électrique diriger suivant (oy) et prenons une particule de charge négative.

Lorsque **le champ électrique** est dans le **même plan P** que le **vecteur vitesse initiale**, la trajectoire de la particule chargée est **parabolique.** Elle se situe **dans le plan P**

2°) Méthode de résolution de l'étude du mouvement de la particule dans un champ électrique uniforme :

a°) Etude mécanique :

1) **le système** : la particule de masse m et de charge q
2) **le référentiel** : la Terre supposée référentiel galiléen.
3) **le repère** (cartésien orthonormé dans ce cas) lié au référentiel: $R(O,\vec{i},\vec{j},)$
4) la somme des forces extérieures agissant sur la particule:

$\sum\vec{F}_{ext}=\vec{P}+\vec{F}_e+\vec{\Pi}+\vec{f}$ $\quad\vec{F}_e=q.\vec{E}$: force électrostatique $\vec{P}$: vecteur poids de l'objet

$\vec{\Pi}$: poussée d'Archimède $\vec{f}$: force de frottement fluide (cas du frottement fluide)

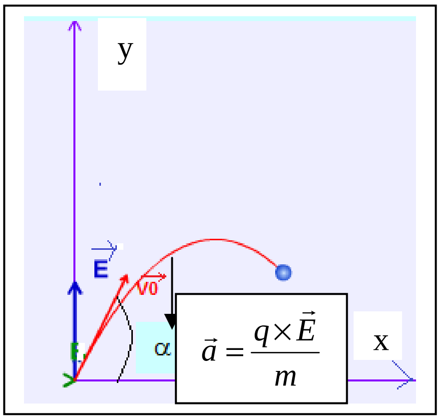
La poussée d'Archimède, le poids et les forces de frottement sont négligeables devant la force électrostatique. Par conséquent la somme des forces extérieures agissant sur le solide de charge électrique q se réduit essentiellement à la force électrostatique $\sum\vec{F}_{ext}\approx\vec{F}=q.\vec{E}$

5) dans le référentiel galiléen la seconde loi de Newton ou principe fondamental de la dynamique s'écrit:

$$\sum\vec{F}_{ext}=q\times\vec{E}=m\times\vec{a}\text{ donc }\vec{a}=\frac{q}{m}\times\vec{E}$$

Le vecteur accélération est constant en direction sens et norme **, le mouvement est uniformément accéléré.**

b°) Détermination des équations horaires du mouvement :



Conditions initiales, à t = 0 les vecteurs positions et vitesses ont pour coordonnées:

$$\overrightarrow{OM_o}\left|\begin{array}{l}x_o=0\\y_o=0\end{array}\right.;\quad\vec{v}_0\left|\begin{array}{l}v_{xo}=v_o\times\cos\alpha\\v_{y_o}=v_0\times\sin\alpha\end{array}\right.$$

α est l'angle que fait le vecteur vitesse initiale avec l'axe horizontal.

Equations horaires des coordonnées du vecteur accélération.

$$\vec{a}\left|\begin{array}{l}a_x\\a_y\end{array}\right.=\frac{q}{m}.\vec{E}\left|\begin{array}{l}E_x=0\\E_y=E\end{array}\right.\Rightarrow\left|\begin{array}{l}a_x=0\\a_y=\dfrac{q.E_y}{m}=\dfrac{q.E}{m}\end{array}\right.$$

Remarque: - a_y est positive si q > 0 et négative si q < 0 (ce qui le cas dans notre exemple)

- le mouvement sur l'axe des x est rectiligne uniforme, sur l'axe des y il uniformément accéléré.

Equations horaires des coordonnées du vecteur vitesse.

$\begin{vmatrix} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \dfrac{q.E}{m} \end{vmatrix}$ a_x est la dérivée de v_x par rapport au temps, v_x est la primitive de a_x par rapport au temps. Idem pour a_y et v_y.

$$\begin{vmatrix} \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow v_x = C_1 = constante \\ \dfrac{q.E}{m} = \dfrac{dv_y}{dt} \Rightarrow v_y = \dfrac{q \times E}{m} \times t + C_2. \end{vmatrix}$$

les constantes C_1 et C_2 sont déterminées avec les conditions initiales: dans notre exemple on a

$$\begin{vmatrix} v_x = C_1 = v_x(0) = v_o \times \cos\alpha \\ v_y(0) = v_y = 0 + v_o \times \sin\alpha = C_2 \end{vmatrix}$$

Les coordonnées du vecteur vitesse sont: $\vec{v} \begin{vmatrix} v_x = v_o \times \cos\alpha \\ v_y = .\dfrac{q \times E}{m} \times t + v_0 \times \sin\alpha \end{vmatrix}$

Equations horaires des coordonnées du vecteur position.

$\begin{vmatrix} v_x = \dfrac{dx}{dt} = v_0.\cos\alpha \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{q.E}{m}.t + v_0.\sin\alpha \end{vmatrix}$ v_x est la dérivée de x par rapport au temps, x est la primitive de v_x par rapport au temps. Idem pour v_y et y.

$$\begin{vmatrix} x = v_{o.} \times \cos\alpha \times t + C_3 \\ y = \dfrac{q \times .E \times t^2}{2 \times m} + v_o \times \sin\alpha \times t + C_4 \end{vmatrix}$$

les constantes C_3 et C_4 sont déterminées avec les conditions initiales

dans notre exemple on a

$$\begin{vmatrix} x(0) = 0 \Rightarrow C_3 = 0 \\ y(0) = 0 \Rightarrow C_4 = 0 \end{vmatrix}$$

Les coordonnées du vecteur position sont: $\overrightarrow{OM} \begin{vmatrix} x = v_0.\cos\alpha.t \\ y = \dfrac{q.Et^2}{2m} + v_0.\sin\alpha.t \end{vmatrix}$

L'équation de la trajectoire, la flèche quand il y en a une sont définis de la même façon que dans le cas du champ de pesanteur uniforme .

3°) <u>Etude énergétique</u> : Dans le cas du mouvement d'une particule chargée immobile en A dans le champ électrique uniforme $\vec{E}$ et en l'absence de frottement, on peut écrire qu'il ya conservation de l'énergie mécanique (somme de l'énergie cinétique E_C et de l'énergie potentielle électrique notée Epe) à tout moment (t). Si on prend deux points A et B de la trajectoire de la particule chargée on peut écrire :

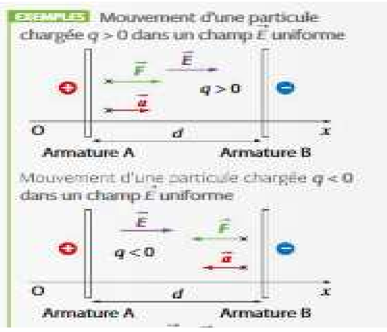
$E_{méca\ A}$= $E_{méca\ B}$= E_{cA} + E_{peA}= E_{cB} + E_{peB} soit **$1/2 \times m \times v_A^2 + q \times V_A = 1/2 \times m \times v_B^2 + q \times V_B$**
où $q \times V$ est l'énergie potentielle électrique en Joule avec V le potentiel électrique en Volt au point considéré, il y a un transfert de l'énergie cinétique vers potentielle électrique et réciproquement.

4°) <u>Principe de l'accélérateur linéaire de particules</u> : L'objectif premier d'un accélérateur est de communiquer de l'énergie à des particules et de provoquer leurs collisions afin **d'étudier leurs natures et leurs propriétés.** C'est l'étude des constituants élémentaires de la matière. Le plus grand accélérateur de particules au monde servant cet objectif de recherche fondamentale est le <u>LHC</u> au CERN (Suisse). C'est un accélérateur circulaire de 27 km de circonférence, lui-même alimenté en particules (protons ou ions de plomb) par toute une série d'accélérateurs linéaires et circulaires

Un accélérateur linéaire permet d'accélérer en ligne droite des particules chargées.
Cette accélération est la conséquence d'un champ électrique uniforme :

- de valeur $E(V/m) = \dfrac{U_{AB}(V)}{d(m)} = \dfrac{V_A - V_B}{d}$ (avec U_{AB} tension entre les armatures A et B)

-de direction celle de l'accélérateur
-de sens celui de l'entrée vers la sortie si q est **positif** , dans le sens contraire si q est **négatif**.



<u>https://home.cern/fr/science/accelerators</u>