Correction du DS n°9 (2021)

Exercice 1 : la lunette astronomique amateur (9 pts : 55 min)

1. Vérification des distances focales (2 pts)

1.1. Considérons un point objet A situé au centre du Soleil et aligné avec l'axe optique de la lentille.

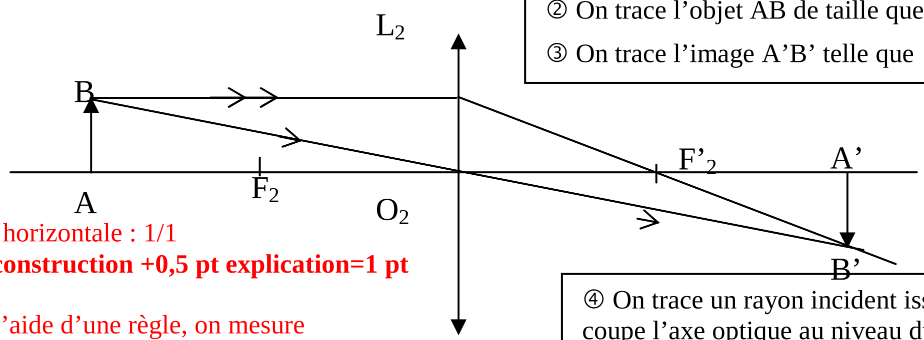
D'après la relation de conjugaison de Descartes : $\dfrac{1}{\overline{O_1A'}} - \dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{f'_1}$.

A peut être considéré à l'infini, $\overline{O_1A} \to -\infty$, donc $\dfrac{1}{\overline{O_1A}} \to 0$ et il vient $\dfrac{1}{\overline{O_1A'}} \approx \dfrac{1}{f'_1}$, soit $\boxed{\overline{O_1A'} = f'_1}$

L'image se formera à une distance de **1,15 m** de la lentille objectif **(0,25 pt démonstration + 0,25 pt la valeur de O_1A')=0,5 pt**

1.2.1

① On trace l'axe optique. On place A et A', tels que AA' = 10,0 cm.
② On trace l'objet AB de taille quelconque.
③ On trace l'image A'B' telle que $\overline{A'B'} = -\overline{AB}$



échelle horizontale : 1/1

0,5 pt construction +0,5 pt explication=1 pt

④ On trace un rayon incident issu de B et passant par B'. Ce rayon coupe l'axe optique au niveau du centre optique O_2.
⑤ On place la lentille L_2. On trace un rayon incident parallèle à l'axe optique, il émerge en coupant l'axe optique en F'_2 et passe par B'.
⑥ On place le foyer objet F_2 qui est symétrique de F'_2 par rapport à O_2.

1.2.2. À l'aide d'une règle, on mesure
$O_2F'_2 = f_2' = 2{,}5$ cm Ainsi $f_2' = AA'/4$
f'_2 conforme à l'indication du constructeur **(0,25 pt la valeur +0,25 pt constat)=0,5 pts**

2. Grossissement de la lunette (4 pts)

2.1. Comme on l'a justifié en 1.1., l'objet AB étant situé à l'infini alors l'image intermédiaire A_1B_1 se situe dans le plan focal image de l'objectif L_1. A_1 est confondu avec F'_1.On prolonge le rayon issu de B, il coupe le plan focal image en B_1 **(0,25 pt justification +0,25 pt construction voir ci-dessous)=0,5 pt**

2.2. Appliquons la relation de conjugaison : $\dfrac{1}{\overline{O_2A'}} - \dfrac{1}{\overline{O_2A_1}} = \dfrac{1}{\overline{O_2F'_2}}$.

Le point objet A_1 est confondu avec le foyer objet F_2, donc $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2F_2} = -\overline{O_2F'_2}$.

Il vient $\dfrac{1}{\overline{O_2A'}} + \dfrac{1}{\overline{O_2F'_2}} = \dfrac{1}{\overline{O_2F'_2}}$, donc $\dfrac{1}{\overline{O_2A'}} = 0$, ce qui implique $\overline{O_2A'} \to \infty$. L'image définitive est rejetée à l'infini.

(0,25 pt réponse + 0,25 pt justification)=0,5 pt

2.3. 0,5 pt construction.

2.4. α' voir schéma. Dans le triangle rectangle $O_2A_1B_1$, on a tan α' ≈ α' = $\dfrac{A_1B_1}{O_2F_2} = \dfrac{A_1B_1}{f'_2}$.

Dans le triangle rectangle $O_1F'_1B_1$, tan α = α = $\dfrac{A_1B_1}{O_1F'_1} = \dfrac{A_1B_1}{f'_1}$.

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\dfrac{A_1B_1}{f'_2}}{\dfrac{A_1B_1}{f'_1}} = \frac{A_1B_1}{f'_2}\cdot\frac{f'_1}{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_2} \qquad G = \frac{1{,}15}{25\times10^{-3}} = 46$$

(0,5 pt construction schéma +0,75 pt démonstration +0,75 pt la valeur) =2 pts

2.5. f_1'étant constante et G = $\dfrac{f'_1}{f'_2}$, alors pour que G diminue il faut que f_2' augmente. Il faut utiliser un oculaire de distance focale supérieure à 2,5 cm **(0,25 pt justification +0,25 pt réponse)=0,5 pts**

3. Cercle oculaire (3 pts)

3.1. Voir schéma **(construction 0,5 pt)**

3.2 Voir, sur la figure, le rayon issu du bord inférieur de l'objectif L_1, passant par A_1 (F'_1 et F_2) puis par le bord supérieur du cercle oculaire. Ce rayon forme un angle β avec l'axe optique.

Soit J le point situé au bord inférieur de l'objectif L_1, dans le triangle rectangle $O_1F'_1J$:

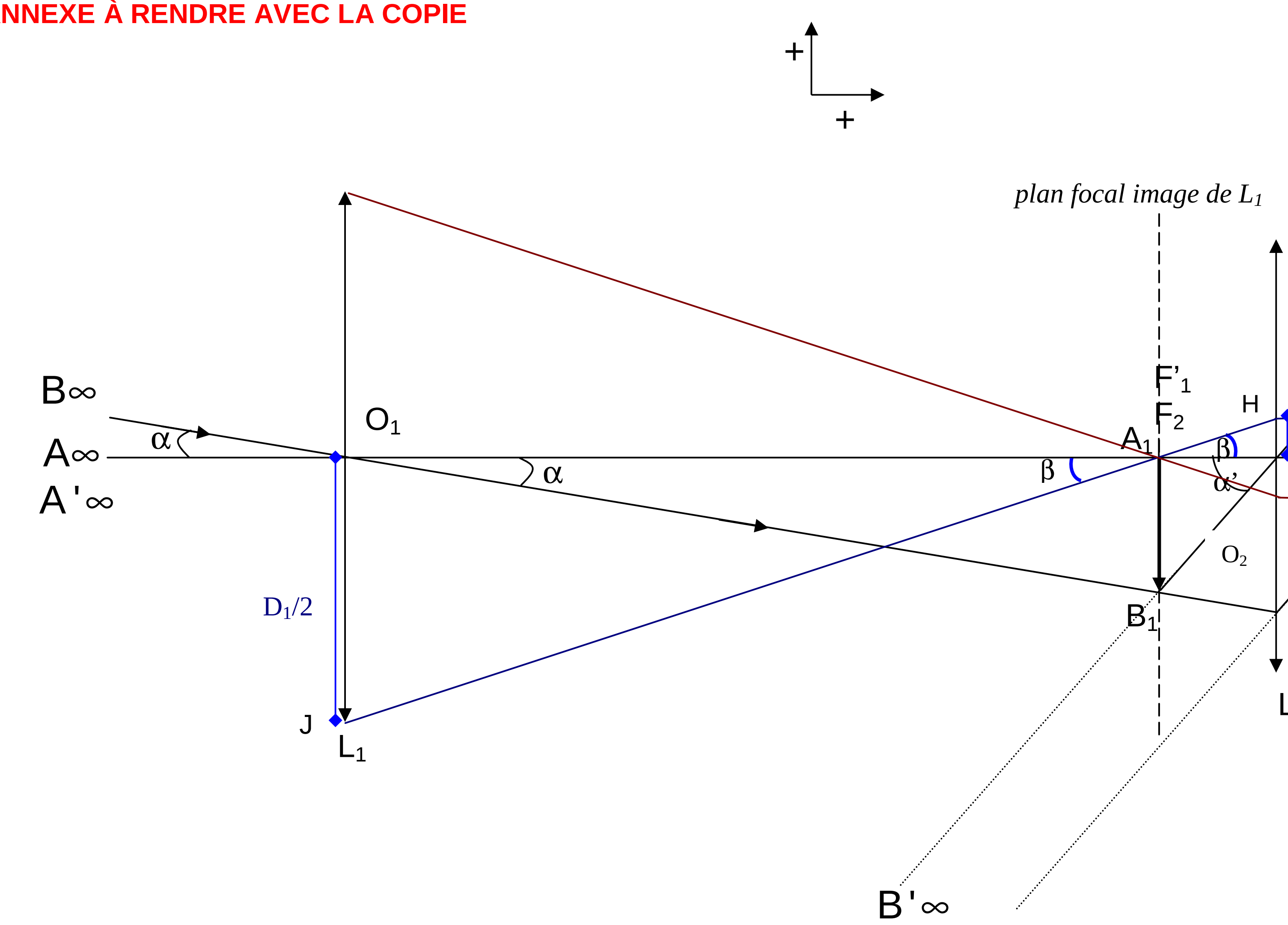
tan β = $\dfrac{\dfrac{D_1}{2}}{OF'_1} = \dfrac{D_1}{2f'_1}$, avec β petit et exprimé en radians : β = $\dfrac{D_1}{2f'_1}$ Dans le triangle rectangle F_2O_2H (voir figure), on a tan β = $\dfrac{\frac{d}{2}}{F_2O_2} = \dfrac{d}{2f'_2}$, soit β = $\dfrac{d}{2f'_2}$.D'après les deux expressions de β, il vient $\dfrac{D_1}{2f'_1} = \dfrac{d}{2f'_2}$ donc $\boxed{d = \dfrac{D_1.f'_2}{f'_1}}$.

d = $\dfrac{40\times10^{-3}\times25\times10^{-3}}{1{,}15}$ = $8{,}7\times10^{-4}$ m = **0,87 mm (1 pt démonstration +0,5 pt calcul détaillé +0,5 pt la valeur) = 2pts**

3.4. Pour recevoir le maximum de lumière, l'astronome doit placer son œil au niveau du cercle oculaire, et le diamètre de sa pupille doit être supérieur ou égal à celui du cercle oculaire **(0,25 pt chaque réponse)*2=0,5 pt**

Voir suite feuille d'après

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE



EXERCICE II : PRINCIPE D'UNE MINUTERIE (11 points)

<u>1. ÉTUDE THÉORIQUE D'UN DIPÔLE RC SOUMIS À UN ÉCHELON DE TENSION (6,5 pts)</u>

1.1. flèches tension ci-contre **(0,25 par flèche)*2 = 0,5 pt**

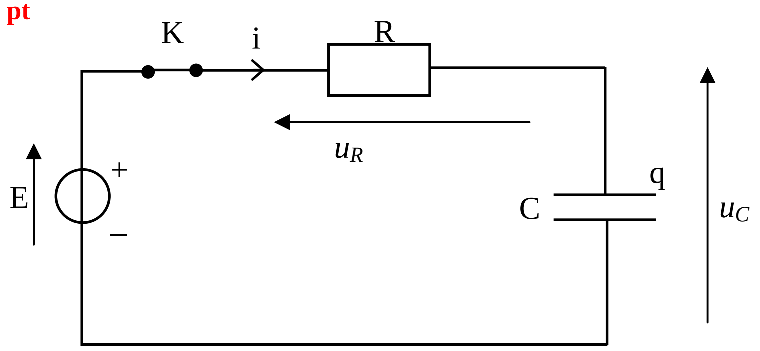


Figure 1

1.2. $u_{R\,(t)} = R\times i\,(t)$ **(0,25 pt l'expression)**

1.3. $i(t) = \dfrac{dq}{dt}$ **(0,50 pt l'expression)**

1.4. $q(t) = C\times u_C\,(t)$ **(0,25 pt l'expression)**

1.5. $i(t) = \dfrac{dC.u_C}{dt}$, C étant constant il vient

$i\,(t) = C\times \dfrac{du_C}{dt}$ **(0,25 expression +0,25 démonstration)=0,5 pt**

1.6. D'après la loi d'additivité des tensions : $E = u_R(t) + u_C\,(t)$ **(0,25 pt l'expression)**

1.7. $E = R\times i(t) + u_C\,(t)$ $E = R\times C\times \dfrac{du_C}{dt} + u_C\,(t)$ avec $\tau = R\times C$, on obtient l'équation différentielle à laquelle obéit u_C :

$E = \tau\times \dfrac{du_C}{dt} + u_C(t)$ (1) **(0,25 pt démonstration +0,25 pt équation) =0,5 pt**

1.8.1. $u_C\,(t) = E\times (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ ou $u_C\,(t) = E - E\times e^{-\frac{t}{\tau}}$ donc $\dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{E}{\tau}\times e^{-\frac{t}{\tau}}$

Reportons ces expressions dans l'équation différentielle (1) $E = \tau\times \dfrac{du_C}{dt} + u_C(t)$ soit $E = \tau\times \dfrac{E}{\tau}\times e^{-\frac{t}{\tau}} + E - E\times e^{-\frac{t}{\tau}}$

$E = E\times e^{-\frac{t}{\tau}} + E - E\times e^{-\frac{t}{\tau}}$ **(0,25 expression de $\dfrac{du_C}{dt}$, 0,25 démonstration + 0,25 conclusion)**

Cette égalité est vraie, donc la solution proposée est satisfaisante.

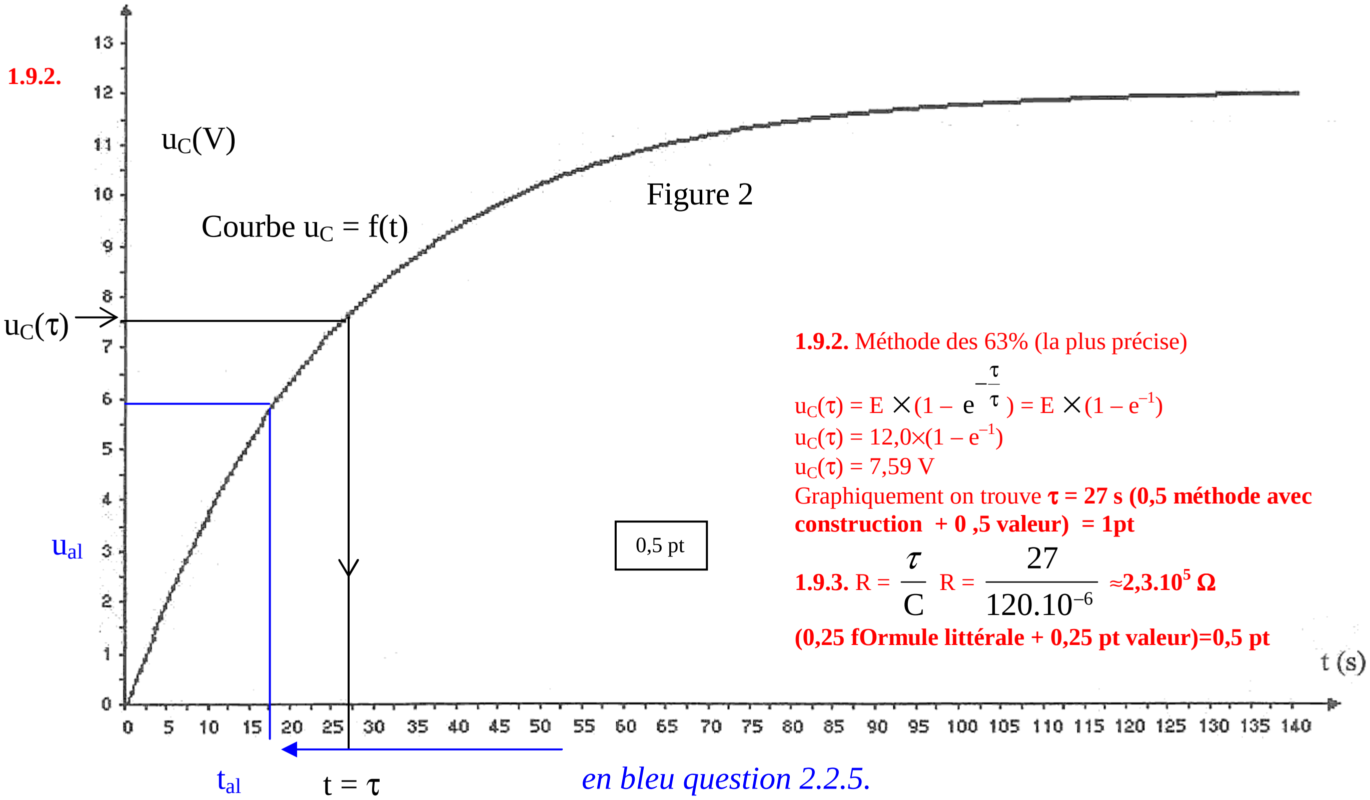
1.8.2. La condition initiale est $u_C = 0$ V, le condensateur n'étant pas chargé initialement. $u_C(t) = E \times (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$u_C(0) = E \times (1 - e^{-\frac{0}{\tau}}) = E \times (1 - 1) = 0$ **(0,50 pt démonstration)**

1.9.1. D'après 1.2. $R = \dfrac{u_R}{i}$ donc $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$ D'après 1.5. $C = i \times \dfrac{dt}{du_C}$ donc $[C] = [I] \times \dfrac{[T]}{[U]}$

$[RC] = [R] \times [C]$ $[RC] = \dfrac{[U]}{[I]} \times [I] \times \dfrac{[T]}{[U]}$ soit $[RC] = [T]$ le produit RC est homogène à une durée **(0,25 expression de R , 0,25 expression de C , 0,5 résultat final avec unité de RC) = 1 Pt**

1.9.2.



1.9.2. Méthode des 63% (la plus précise)

$u_C(\tau) = E \times (1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = E \times (1 - e^{-1})$

$u_C(\tau) = 12{,}0 \times (1 - e^{-1})$

$u_C(\tau) = 7{,}59$ V

Graphiquement on trouve **τ = 27 s (0,5 méthode avec construction + 0 ,5 valeur) = 1pt**

1.9.3. $R = \dfrac{\tau}{C}$ $R = \dfrac{27}{120.10^{-6}}$ **≈2,3.10⁵ Ω**

(0,25 fOrmule littérale + 0,25 pt valeur)=0,5 pt

2. APPLICATION (4,5 pts)

2.1. Pendant la phase de contact, le condensateur est court circuit, la tension aux bornes du condensateur décroit et devient nulle. La tension u_C décroit jusqu'à 6 V=U_{al} pour tendre vers 0 Valors la lampe s'allume **(0,25 justification + 0,25 résultat)**

2.2.1. Lorsqu'on relâche le bouton poussoir, le condensateur se charge de nouveau sa tension augmente : u_C augmente exponentiellement au cours du temps de 0 V à 12 V (E). **(0,25 justification + 0,25 résultat)**

2.2.2. La charge du condensateur n'étant pas instantanée, la lampe reste allumée pendant une certaine durée puis s'éteint dès que la tension u_C atteint la valeur u_{al}=6,0 V ;

2.2.3. à la date $t = t_{al}$, on a $u_C = u_{al}$ $E \times (1 - e^{-\frac{t_{al}}{\tau}}) = u_{al}$ $1 - e^{-\frac{t_{al}}{\tau}} = \dfrac{u_{al}}{E}$ $1 - \dfrac{u_{al}}{E} = e^{-\frac{t_{al}}{\tau}}$ **(0,25 pt : 1ère partie de la démonstration)**

$\ln(1 - \dfrac{u_{al}}{E}) = -\dfrac{t_{al}}{\tau}$ $\ln(\dfrac{E - u_{al}}{E}) = -\dfrac{t_{al}}{\tau}$ **(0,25 pt : deuxième partie de la démonstration)**

$\dfrac{t_{al}}{\tau} = -\ln(\dfrac{E - u_{al}}{E})$ or $-\ln\dfrac{a}{b} = \ln\dfrac{b}{a}$ donc $\dfrac{t_{al}}{\tau} = \ln(\dfrac{E}{E - u_{al}})$ $t_{al} = \tau \times \ln(\dfrac{E}{E - u_{al}})$ **(0,5 expression finale)**

2.2.4. $t_{al} = 25 \times \ln\dfrac{12}{12 - 6{,}0}$ =≈17 s **(0,25 pt calcul détaillé + 0,25 pt résultat)=0,5 pt**

2.2.5. Voir graphique ci-dessus. Le point d'ordonnée u_{al} = 6,0 V a pour abscisse t_{al} ≈18 s. Ce résultat est en cohérence avec le calcul précédent **(0,5 valeur du temps d'allumage + 0,25 la valeur sur le graphique)**

2.3. Pour augmenter la durée d'allumage, il faut augmenter la valeur de la constante de temps.
Or : τ = R.C. Il faut donc augmenter R ou/et C **(0,25 justification +0,25 augmentation de R +0, 25 augmentation de C)**