

**Nom :** ..... **Prénom :** ..... **Note :** ..... /20

**Durée :** 55 minutes. La plupart des réponses devront être justifiées. **Rendre l'énoncé avec la copie et émarginer (sinon 0) et tenir compte des chiffres significatifs (sinon -0.5).**

**Exercice 1 (40 minutes) : Station orbitale (12 pts)**

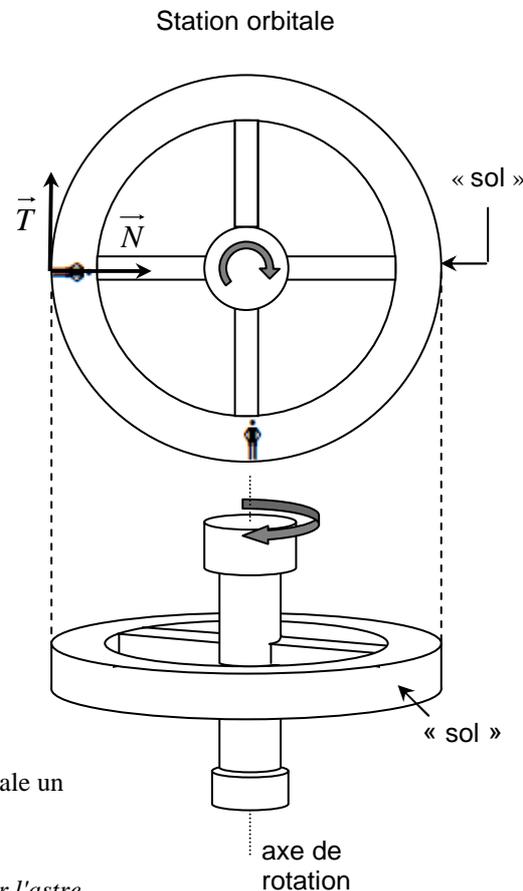
L'organisme des personnes séjournant plusieurs mois dans une station orbitale subit des modifications importantes liées à l'absence de pesanteur : la masse musculaire diminue, les os se fragilisent, etc. Pour éviter ces phénomènes fragilisant dangereusement le corps, on cherchera certainement dans le futur à recréer une gravité artificielle à l'intérieur des stations orbitales.

La méthode réaliste :

Cette méthode consiste à construire une station orbitale ayant la forme d'un anneau et de la faire tourner à **vitesse constante** autour d'un axe de rotation. Les habitants de la station sont alors attirés vers le « sol » de la station par la force centrifuge. L'accélération  $a$  créée par la rotation de la station est ressentie par l'habitant comme une gravité artificielle.

On considère que la station fait ici un tour sur elle-même en une durée égale à  $T = 10 \times \pi$  s (soit environ 31 s).

Soit un habitant de la station immobile par rapport au « sol » et placé au centre de la base de Frenet du schéma ci-contre. On étudiera le mouvement de cet habitant dans le référentiel placé au centre de la station et dont les 3 axes indiquent chacun la direction d'une étoile lointaine.

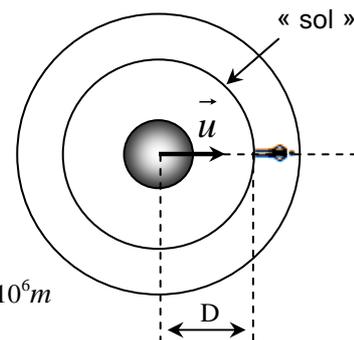


- 1.1. Définir le mouvement de cet habitant.
- 1.2. Sachant que le « sol » se trouve à  $R = 250$  m de l'axe de rotation déterminer la vitesse  $v$  de rotation de l'habitant (formule littérale exigée au préalable).
- 1.3. Déterminer, dans la base de Frenet du schéma, l'expression du vecteur accélération que subit l'habitant (justifications et formules littérales obligatoires au préalable).
- 1.4. Calculer la valeur de cette accélération. Commenter cette valeur.

La méthode "science fiction" :

Une autre méthode consisterait, dans un lointain futur, à placer au centre de la station orbitale un corps hyper massif, c'est à dire de petite taille et ayant un intense champ de gravité (étoile à neutron, micro trou noir, ...).

- 2.1. Donner l'expression vectorielle de la force d'interaction gravitationnelle exercée par l'astre central de masse  $M$  sur l'habitant de masse  $m$  en fonction du vecteur unitaire donné sur le schéma.
- 2.2. Montrer que si l'on considère cette force comme étant égale au poids de l'habitant, l'expression du champ de gravité au niveau du sol est alors :  $g = \frac{G \times M}{D^2}$
- 2.3. Quelle devrait être la valeur de la masse  $M$  de l'astre central pour que l'habitant ressente une gravité équivalente à celle sur Terre ? (voir données ci-dessous) (formule littérale obligatoire).



**Données :**  $G = 6,67 \times 10^{-11}$  S.I.  $D = 100$  m  $g_{\text{Terre}} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

**Mouvement orbital**

On suppose cette station en orbite elliptique autour de la Terre avec un demi-grand axe égal à :  $A = 10 \times 10^6$  m

- 3.1. En utilisant les données disponibles ci-contre et une loi connue, déterminer une expression permettant de calculer la période de révolution  $T_S$  de cette station dans le référentiel géocentrique. (Justifier).
- 3.2. Déterminer la valeur de cette période (détaillé le calcul).

Masse de la Terre	$M_T = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg
Masse de la Lune	$M_L = 7,0 \cdot 10^{22}$ kg
Demi-grand axe Lune - Terre	$A_L = 3,0 \cdot 10^8$ m
Période orbitale Terre	$T_T = 3,0 \cdot 10^7$ s
Période orbitale Lune	$T_L = 2,0 \cdot 10^6$ s

**Exercice 2 (15 minutes) : La masse du soleil en programmation numérique (8 pts) en python**

Lors d'une nuit d'observation du système solaire, un moniteur de club d'astronomie affirme qu'il est possible de mesurer la masse du soleil à partir d'observation du mouvement des planètes.

**Doc. 1 Code Python**

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 t = []
4 x = []
5 y = []
6 plt.xlabel('Coordonnees x')
7 plt.ylabel('Coordonnees y')
8 plt.title('Trajectoire de la Terre')
9 plt.scatter(x, y, marker = '+')
10 i = 1
11 while i < len(t)-1 :
12     alpha = np.arctan2(y[i], x[i]) -
        np.arctan2(y[i-1], x[i-1])
13     r0 = np.sqrt(x[i]**2 + y[i]**2)
14     r1 = np.sqrt(x[i-1]**2 + y[i-1]**2)
15     A = r0*r1*np.sin(alpha)/2
16     plt.fill([x[i], x[i-1], 0], [y[i], y[i-1],
        0], label='A = ' + "%.2e"%A + ' u.a.**2')
17     i += 2
18 plt.legend(loc='center right')
19 plt.show()
    
```

**Doc. 2 Éphémérides de la Terre**

Date t (j) depuis le 01/01/2020	Abscisse x (u.a.)	Ordonnée y (u.a.)
0	0,0175	0,9998
2	-0,0170	0,9999
4	-0,0513	0,9987
6	-0,0857	0,9963
8	-0,1199	0,9928
10	-0,1540	0,9881
12	-0,1879	0,9822

Les éphémérides recensent des données astronomiques.

**Doc. 3 Caractéristiques planétaires**

Planète	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne
Demi-grand axe a (u.a.)	0,39	0,72	1,00	1,52	5,20	9,52
Période de révolution T (j)	87,9	224,7	365,25	687	4331	10751

**Donnée**

• Conversion d'unités : 1 u.a. =  $1,5 \times 10^8$  km

1°) Préciser et le définir clairement quel est le référentiel choisi pour étudier le mouvement des planètes.

En utilisant les éphémérides (voir doc 2), on peut vérifier la deuxième loi de Kepler à l'aide d'un programme Python (voir doc 1) qui calcule la surface balayée par une planète pendant des durées identiques.

2°) Dans l'extrait du code Python identifier les lignes et expliquer comment se réalise le calcul d'une surface entre 2 positions.

3°) Vérifier la troisième loi de Kepler à l'aide de deux exemples de planètes du système solaire (calculs à détaillées avec formule littérale).

4°) Rappeler la formule complète de la troisième loi de Kepler pour en déduire l'expression de la masse du soleil puis la calculer. Donnée :  $G = 6,67 \times 10^{-11}$  S.I.

**Exercice 1 :**

1.1) com	...../1
1.2) réel	...../1
1.3) réel	...../1,5
1.4) réel, ana	...../1
2.1) réel	...../1
2.2) réel	...../1
2.3) réel	...../2
3.1) ana, réel	...../1,5
3.2) réel	...../2
<b>Total :</b>	<b>...../12</b>

**Exercice 2 :**

1) sav, com	...../1
2) ana, com	...../2
3) sav, réel	...../2,5
4) sav, réel	...../ 2,5
<b>Total :</b>	<b>...../8</b>