Note : ……./20

Radioactivité et simulation avec des dés

TP N°9 (Physique)

T°Spé phy

Objectifs : Plus de trente ans après l'accident de la centrale nucléaire de Tchernobyl , les scientifiques ont montré , lors de mesures effectuées sur les sols, la présence d'isotopes radioactifs rejetés à l'époque dans l'atmosphère. Nous allons montrer dans une première partie comment évolue le nombre de noyaux radioactifs au cours du temps, le caractère aléatoire de la radioactivité et sa loi de décroissance exponentielle puis dans un second temps nous simulerons cette décroissance radioactive l'aide de dés .

I°) Evolution temporelle d'une population de noyaux radioactifs (70 minutes) : 14 pts

La désintégration du césium 137 ($^{137}_{55}Cs$) par émission d'un β^- (électron $^{0}_{-1}e$) produit du baryum 137* d'abord excité qui se désexcite en baryum stable ($^{137}_{56}Ba$) par émission d'un onde électromagnétique (rayon γ) . Le nombre de noyaux de baryum du baryum 137* excité à la date t est estimé grâce à la mesure du nombre de désexcitations enregistrés par un scintillateur. La désexcitation étant aléatoire, les valeurs ne sont pas forcément toujours décroissantes.
Le nombre de noyaux excités restants est donné dans le tableau ci-dessous :

t(s)	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360	390
Nombre de noyaux excités restants	8300	7184	6827	5906	6102	4697	4189	3705	3584	2833	2252	2179	2155	1695

t(s)	420	450	480	510	540	570	600	630	660	690	720	750	780	810	840	870	900
Nombre de noyaux excités restants	1235	969	1235	726	848	605	581	629	605	436	315	363	436	266	291	194	170

Démarche de modélisation :

Question 1 : *Ecrire l'équation de désintégration du césium 137 en baryum 137 stable (justifier).*

- *Reproduire les 2 tableaux ci-dessus dans Excel (1 seul tableau) puis donner la représentation graphique de N (noyaux excités restants) = f(t))*
- *Ajouter une courbe de tendance de type exponentielle et afficher son équation.*

Question 2 : *Montrer que le modèle mathématique traduisant la décroissance radioactive du césium 137 est du type :*
$N(t)= N_O\times e^{-\lambda\times t}$ où λ est la constante radioactive qui est propre à chaque source radioactive, celle-ci représente la probabilité qu'à un noyau à se désintégrer dans la seconde à venir. *Donner la valeur de λ en s^{-1}*

Question 3 : Il existe une relation entre le temps de vie notée $t_{1/2}$ (temps pour que la moitié des noyaux initialement présents se soient désintégrés et λ : $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$. *Retrouver graphiquement λ. Commenter*

Appel 1 : Appeler le professeur pour valider les 3 questions avec les courbes avec équation obtenu sous Excel.

- Dériver l'équation théorique de N(t) obtenue précédemment puis faire une nouvelle ligne sous le tableau précédent donnant $\frac{dN(t)}{dt}$=f(t) (créer une formule avec une exponentielle (noté EXP sous Excel) en fonction du temps).
- Donner la représentation graphique de $\frac{dN(t)}{dt}$ en fonction de N(t), ajouter une courbe de tendance de type linéaire et afficher l'équation.

Question 4 : $\frac{dN(t)}{dt}$ *est il proportionnel à N(t), justifier en donnant le coefficient de proportionnalité.*

Question 5 : *Comparer la valeur de λ trouvée dans la question 2, avec la constante de proportionnalité et en déduire la relation entre* $\frac{dN(t)}{dt}$ et N(t).

Question 6 : *Montrer que $N(t)= N_O\times e^{-\lambda\times t}$ est solution de l'équation différentielle*

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \times N(t).$$

Question 1 : sav	……/1
Tableau Excel avec représentation graphique	……/2
Equation avec λ	……./1,5
Question 2 ana	……/0,5
Question 3 ana,com	…../1,5
Tableau avec dN/dt avec formule	…… /2
Représentation graphique $\frac{dN(t)}{dt}$=N(t) + équation	……../1,5
Question 4 : ana	………/1,5
Question 5 : réal , ana	……../1
Question 6 : réal	……../1.5

Appel 2 : Appeler le professeur pour valider les 3 questions avec les courbes avec équation obtenu sous Excel.

II°) <u>Simulation de la décroissance radioactive par des lancers de dés</u> (45 minutes) : 6 pts

1°) <u>Principe</u> *:* Le nombre de désintégrations du césium ne peut être prévu exactement (voir tableau du I°). Seule la probabilité de désintégration par unité de temps λ peut être connue.

De la même façon , quand on lance un dé, on ne peut pas prévoir le nombre de lancers nécessaires avant d'obtenir un « un ». Seule la probabilité d'obtenir un « un » à un lancer est une constante connue, cette probabilité est de 1/6.

On peut donc simuler et obtenir une courbe correspondant à la loi de décroissance radioactive en évaluant le nombre de « un » sortis en fonction du nombre de lancers. Chaque binôme utilisera 20 dés (correspondant aux noyaux pères de ${}^{137}_{55}$Ce non désintégrés) et le bilan se fera sur l'ensemble de 5 binômes + les tirages du professeur (voir document annexe).

2°) <u>Protocole expérimental</u> :

a°) Travail à effectuer par binôme :

- Chaque binôme dispose de 20 dés et effectue un premier lancer. Il élimine les dés ayant sorti le «un » (ce sont les noyaux pères de ${}^{137}_{55}$Ce ayant subi une désintégration).
- *Noter le nombre de dés restants* dans le tableau ci-dessous **(tableau 1)** et relancer les dés (sans les dés ayant sorti le «un »).
- *Réaliser* cette opération pour 10 tirages successifs (**N'oublier pas d'enlever les «un » à chaque fois**).

Tableau 1 :

N°du lancer (t)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de dés restants (N)	20	……	…….	……	…….	…….	…….	……	……	……	……

- Chaque binôme *effectue* 4 séries de lancers identiques au précédent (tableaux 2, 3, 4, 5) puis il *rassemble* la totalité des lancers effectués dans un seul tableau **(tableau 6)** :

Tableau 2 :

N°du lancer (t)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de dés restants (N)	20	……	…….	……	…….	…….	…….	……	……	……	……

Tableau 3 :

N°du lancer (t)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de dés restants (N)	20	……	…….	……	…….	…….	…….	……	……	……	……

Tableau 4 :

N°du lancer (t)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de dés restants (N)	20	……	…….	……	…….	…….	…….	……	……	……	……

Tableau 5 :

N°du lancer (t)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de dés restants (N)	20	……	…….	……	…….	…….	…….	……	……	……	……

Tableau 6 :

N°du lancer (t)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de dés restants (N)	100	……...	……...	……...	……...	……...	……...	……...	……...	……...	……...

- *Aller noter* les résultats de vos 5 séries **(tableau 6)** sur le tableau de la salle.

b°) Mise en commun du travail effectué :

Il est ensuite nécessaire de mettre en commun le travail effectué par 5 binômes + les tirages du professeur (document fourni) pour obtenir un échantillon de dés plus important. Les valeurs sont rassemblées dans un seul tableau (**tableau 7** ci-dessous) :

Tableau 7 :

N°du lancer (t)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de dés restants (N)	1500	……...	……..	……..	……..	……..	……..	……..	……..	……..	……..

3°) <u>Exploitations des résultats</u> :

1°) Tracer avec EXCEL la courbe représentant N=f(t) pour le ***tableau 7****, où t représente le numéro du lancer (faire le tableau 7 sous Excel).*

2°) Montrer qu'à chaque nouveau tirage N_{i+1} va statistiquement diminuer de $\frac{N_i}{6}$ (nouvelle ligne du tableau Excel avec formule). En déduire que $\frac{\Delta N(t)}{\Delta t} = \frac{N_{i+1} - N_i}{t_{i+1} - t_i} = -\frac{N_i}{6}$ pour $\Delta t = 1$ ce qui induit l'équation $\frac{dN(t)}{dt} = -\frac{N(t)}{6}$

3°) Représenter sur le même graphique de la question 1°) la courbe théorique $N = 1500 \times e^{\frac{-t}{6}}$ et conclure (mettre une nouvelle ligne dans votre tableau avec la formule théorique, d'autre pour construire sur le même graphique, il faut aller dans édition >copier> collage spécial (nouvelle série>abscisse (valeur x dans la 1°ligne)

Appel 3 : Appeler le professeur pour valider les 3 questions du 3°)II°)

1°) Réal	………/2
2°) réal , ana	………/2
3° réal , com	………/2